Данные методические указания издаются в соответствии с учебным планом. Рассмотрены и одобрены кафедрой АМ-4 30.04.82 г., методической комиссией факультета АМ 31.01.83 г. и учебно-методическим управлением 19.06.84 г.

Рецензент к. т. н. доц. Б. Н. Дмитриев



# РАЗМЕРНЫЕ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Размерной цепью называется совокупность взаимосвязанных размеров, образующих замкнутый контур и определяющих взаимное расположение поверхностей и осей одной детали или нескольких деталей в сборке.

В общем случае параметрической размерной цепью называется система размеров независимых параметров $X_1$, $X_2$, ..., $X_{m-1}$, влияющих на параметр $Y$, модель которой описывается следующим образом:

$$Y = F(X_1, X_2, \dots, X_{m-1}). \qquad (1)$$

Полагая, что функция $F$ дифференцируемая хотя бы в области значений $X_1$, $X_2$, ..., $X_{m-1}$, близких к средним значениям $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$, ..., $\bar{X}_{m-1}$, можно определить общее уравнение, связывающее отклонения размеров в размерной параметрической цепи:

$$\Delta Y = \frac{\partial F}{\partial X_1}\Delta X_1 + \frac{\partial F}{\partial X_2}\Delta X_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial X_{m-1}}\Delta X_{m-1}. \qquad (2)$$

Термин "размерные цепи" мы будем в дальнейшем применять только к параметрическим цепям, состоящим из геометрических размеров.

Размерная цепь состоит из составляющих и замыкающего размеров.

Составляющими называют размеры, получаемые в процессе изготовления независимо от других размеров.

На рис. 1 показана деталь, размеры которой получены в процессе производства в такой последовательности: $A_1$, $A_2$, $A_3$ или $A_1$, $A_3$, $A_2$, или $A_2$, $A_1$, $A_3$. Для любой из указанных последовательностей обработки размерная цепь будет состоять из четырех ($m = 4$) размеров (рис. 1б). Размеры $A_1$, $A_2$, $A_3$ являются независимыми и поэтому называются составляющими.

Размер $A_4$ специально не изготовляется и не контролируется в процессе обработки детали, а получается результирующим после того, как с заданной точностью будут выполнены размеры $A_1$, $A_2$, $A_3$.

Такой размер является замыкающим.

Замыкающим называется размер, получающийся в результате обработки составляющих размеров и зависящий от них.

При обозначении составляющих размеров $A_1$, $A_2$, ..., $A_{m-1}$

замыкающий размер обозначается $A_0$. В сборочной размерной цепи замыкающий размер – это всегда размер между осями или поверхностями разных деталей (зазор, натяг, отклонение от соосности и т.п.).

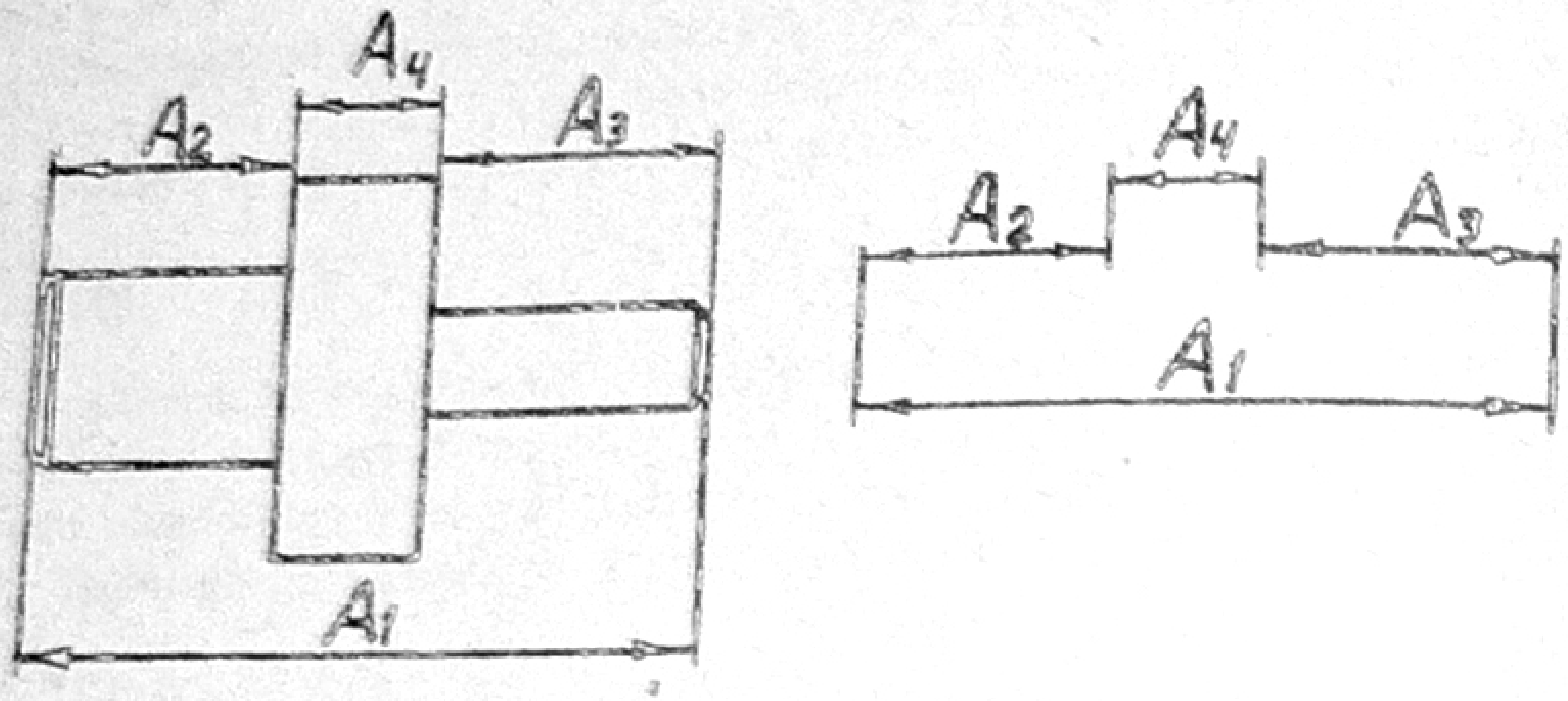


Рис. I

По отношению к замыкающему все составляющие размеры делятся на увеличивающие и уменьшающие. Увеличивающим называют размер, с увеличением которого замыкающий размер увеличивается (т.е. для которого $\frac{\partial F}{\partial X} > 0$ ). Уменьшающим называется размер, с увеличением которого замыкающий размер уменьшается (т.е. передаточная функция отрицательна $\frac{\partial F}{\partial X} < 0$ ).

Размерные цепи, для которых $\frac{\partial F}{\partial X} = \pm 1$, называют линейными. К нелинейным относят плоские и пространственные размерные цепи.

Для обозначения размеров применяют прописные буквы латинского алфавита: $A_1$, $A_2$, ..., $A_{m-1}$, $A_0$.

При расчете размерных цепей применяются следующие условные обозначения:

$A_j$ – номинальный размер любого составляющего размера;

$A_0$ – замыкающий размер;



$TA_j$, $TA_0$ – допуски составляющего и замыкающего размеров;

$E$ – обозначение отклонения;

$E_s$ – верхнее отклонение, например $E_s(A_j)$, $E_s(A_0)$;

$E_i$ – нижнее отклонение, например $E_i(A_j)$, $E_i(A_0)$.

В размерных цепях применяют отличные от ЕСДП СЭВ обозначения (в которой, как известно, $ES$, $EI$ – отклонения отверстий; $es$, $ei$ – отклонения валов), так как многие размеры размерных цепей не подходят под понятия "отверстие" или "вал".

$E_c$ – среднее отклонение, определяющее середину поля допуска, например $E_c(A_j)$, $E_c(A_0)$.

$A_{j\max}$, $A_{j\min}$, $A_{jc}$ – наибольший, наименьший предельные и средний размеры составляющего звена;

$A_{0\max}$, $A_{0\min}$, $A_{0c}$ – наибольший, наименьший предельные и средний размеры замыкающего размера.

$U_j = \frac{\partial F}{\partial X_j}$ – передаточное отношение (или передаточная функция $j$-го размера.

## РАСЧЕТ РАЗМЕРНЫХ ЦЕПЕЙ

Размерные цепи рассчитывают следующими методами:

1. Метод максимума-минимума, основанный на обеспечении полной взаимозаменяемости.

2. Вероятностный метод, основанный на расчете доверительных интервалов с заданной доверительной вероятностью.

3. Метод регулирования, основанный на применении регуляторов (компенсаторов), позволяющих обеспечивать замыкающие размеры в установленных пределах при экономически оптимальной точности составляющих размеров.

В размерном анализе решают два типа задач:

Первый тип – это проверочный расчет, когда заданы номинальные размеры и отклонения составляющих размеров и следует определить номинальный размер и предельные отклонения замыкающего размера.

Второй тип – проектный расчет, когда известны предельные размеры замыкающего размера и номинальные размеры составляющих, а следует определить предельные размеры (отклонения) составляющих размеров.

## 1. Метод расчета, обеспечивающий полную взаимозаменяемость

Для линейной размерной цепи уравнение (1) может быть записано в следующем виде:

$$A_0 = \sum_1^n A_{j\,ув} - \sum_1^p A_{j\,ум}, \qquad (3)$$

где $n$ - число увеличивающих, $p$ - число уменьшающих звеньев, причем $n+p=m-1$.

В общем случае

$$A_0 = \sum_1^{m-1} U_j \cdot A_j. \qquad (4)$$

На схемах увеличивающие звенья отмечаются стрелкой, направленной вправо ( $\rightarrow$ ), уменьшающие - влево ( $\leftarrow$ ) (рис. 1).

Предельные размеры рассчитывают по следующим формулам:

$$A_{0\,max} = \sum_1^n (A_{j\,max})_{ув} - \sum_1^p (A_{j\,min})_{ум}, \qquad (5)$$

$$A_{0\,min} = \sum_1^n (A_{j\,min})_{ув} - \sum_1^p (A_{j\,max})_{ум}. \qquad (6)$$

В большинстве случаев удобнее пользоваться расчетом предельных отклонений:

$$E_s(A_0) = \sum_1^n E_s(A_j)_{ув} - \sum_1^p E_i(A_j)_{ум}, \qquad (7)$$

$$E_i(A_0) = \sum_1^n E_i(A_j)_{ув} - \sum_1^p E_s(A_j)_{ум}. \qquad (8)$$

Часто расчет ведется через вычисление среднего отклонения.

Определяются средние отклонения составляющих размеров по формуле

$$E_c(A_j) = \frac{E_s(A_j) + E_i(A_j)}{2}, \qquad (9)$$

затем среднее отклонение замыкающего размера

$$E_c(A_0) = \sum_1^n E_c(A_j)_{ув} - \sum_1^p E_c(A_j)_{ум}. \qquad (10)$$

Формула (10) может быть получена в результате сложения и деления на уравнения (7) и (8).

В общем случае

$$E_c(A_0) = \sum_1^{m-1} U_j E_c(A_j). \qquad (11)$$

Если вычесть из уравнения (5) уравнение (6), получим основное уравнение связи допусков составляющих размеров с допуском замыкающего размера при полной взаимозаменяемости, т.е. при до-



пущении, что возможно сочетание всех наибольших увеличивающих размеров с наименьшими уменьшающими и наоборот:

$$TA_0 = \sum_1^{m-1} TA_j. \qquad (12)$$

Допуск замыкающего размера равен сумме допусков составляющих размеров.

Из этого следует, что:

а) исходные размеры (к которым предъявляются функциональные требования, от точности которых зависит качество изделия) не следует делать замыкающими при указании исполнительных размеров на чертеже;

б) если это невозможно, то необходимо выполнить принцип кратчайшей размерной цепи, т.е. исходный размер делать зависимым от минимального числа составляющих размеров.

Если определено среднее отклонение по уравнению (10), то предельные отклонения определяются по следующим формулам:

$$E_s(A_0) = E_c(A_0) + \frac{TA_0}{2}; \quad E_i(A_0) = E_c(A_0) - \frac{TA_0}{2}; \qquad (13)$$

$$E_s(A_j) = E_c(A_j) + \frac{TA_j}{2}; \quad E_i(A_j) = E_c(A_j) - \frac{TA_j}{2}. \qquad (14)$$

### Задача первого типа

При условии обеспечения полной взаимозаменяемости ее решают в такой последовательности:

определить допуск замыкающего размера по формуле (12);
определить $E_s(A_0)$ и $E_i(A_0)$ по формулам (7) и (8);
проверить расчет по формуле

$$TA_0 = E_s A_0 - E_i A_0 \qquad (15)$$

или определить $E_c(A_0)$ по формуле (10);
определить $E_s(A_0)$ и $E_i(A_0)$ по формулам (13).

Последний способ более удобен при симметричном расположении отклонений большинства составляющих размеров.

### Задача второго типа

Проектный расчет не может быть выполнен без определенных допущений, так как мы располагаем одним уравнением (12), а неизвестных может быть от двух до $m-1$. При неизвестном только одном составляющем задача решается однозначно решением уравнения (12). Наиболее распространены следующие допущения:

а) допуски неизвестных составляющих размеров одинаковы – способ назначения равных допусков;

б) допуски размеров принимают по одному квалитету – способ равноточных допусков.

При первом способе допуск составляющего размера определяется по формулам:

$$TA_j = \frac{TA_0}{m-1}, \tag{16}$$

если допуски всех размеров неизвестны;

$$TA_j = \frac{TA_0 - \sum\limits_{1}^{\ell} TA_{j\,изв}}{m-\ell-1}, \tag{17}$$

если для $\ell$ размеров допуски известны.

При втором способе равноточные допуски определяются средним числом единиц допуска:

$$a_c = \frac{TA_0}{\sum\limits_{1}^{m-1} i_j}, \tag{18}$$

где $i_j$ – единица допуска ЕСДП СЭВ, определенная для соответствующего интервала диаметров, в котором находится данный составляющий размер. Для размеров до 500 мм $i = 0{,}45\sqrt[3]{D_m} + 0{,}001 \cdot D_m$. Значение $a_c$ округляется до стандартных значений по ЕСДП СЭВ, соответствующих определенным квалитетам.

Допуски составляющих размеров находят из таблиц СТ СЭВ 145-75 или рассчитывают по формуле $IT = a \cdot i$. Если вследствие округления $a_c \to a$ уравнение (12) не выполняется, изменяют допуск одного или нескольких составляющих размеров на один квалитет до тех пор, пока не будет выполняться условие

$$\sum_{1}^{m-1} TA_j \le TA_0. \tag{19}$$

Для окончательного решения задачи второго типа необходимо назначить предельные отклонения.

Обычно для большинства деталей допуски на размеры назначают "в тело", т.е. с основными отклонениями $h$ или $H$ по ЕСДП СЭВ, и только на один, наиболее технологичный размер отклонения рассчитывают, чтобы обеспечить выполнение замыкающего размера в заданных пределах.

Таким образом, из уравнений (7) или (8) можно определить неизвестные отклонения одного звена. В некоторых случаях, особенно когда исходный замыкающий размер задан симметричными отклонениями, допускается назначать симметричные отклонения на составляющие размеры, т.е. в уравнении (10) все члены равны нулю.



Пример I. На чертеже (рис. 2) указаны размеры $A_1 = 80_{-0{,}046}$, $A_2 = 10^{+0{,}022}$, $A_3 = 20^{+0{,}033}$, $A_5 = 10^{+0{,}022}$. Исходный размер на чертеже не указан, но для правильной работы в изделии он должен быть выполнен $40_{-0{,}1}$. Определить, будет ли обеспечено это условие при данном указании размеров.

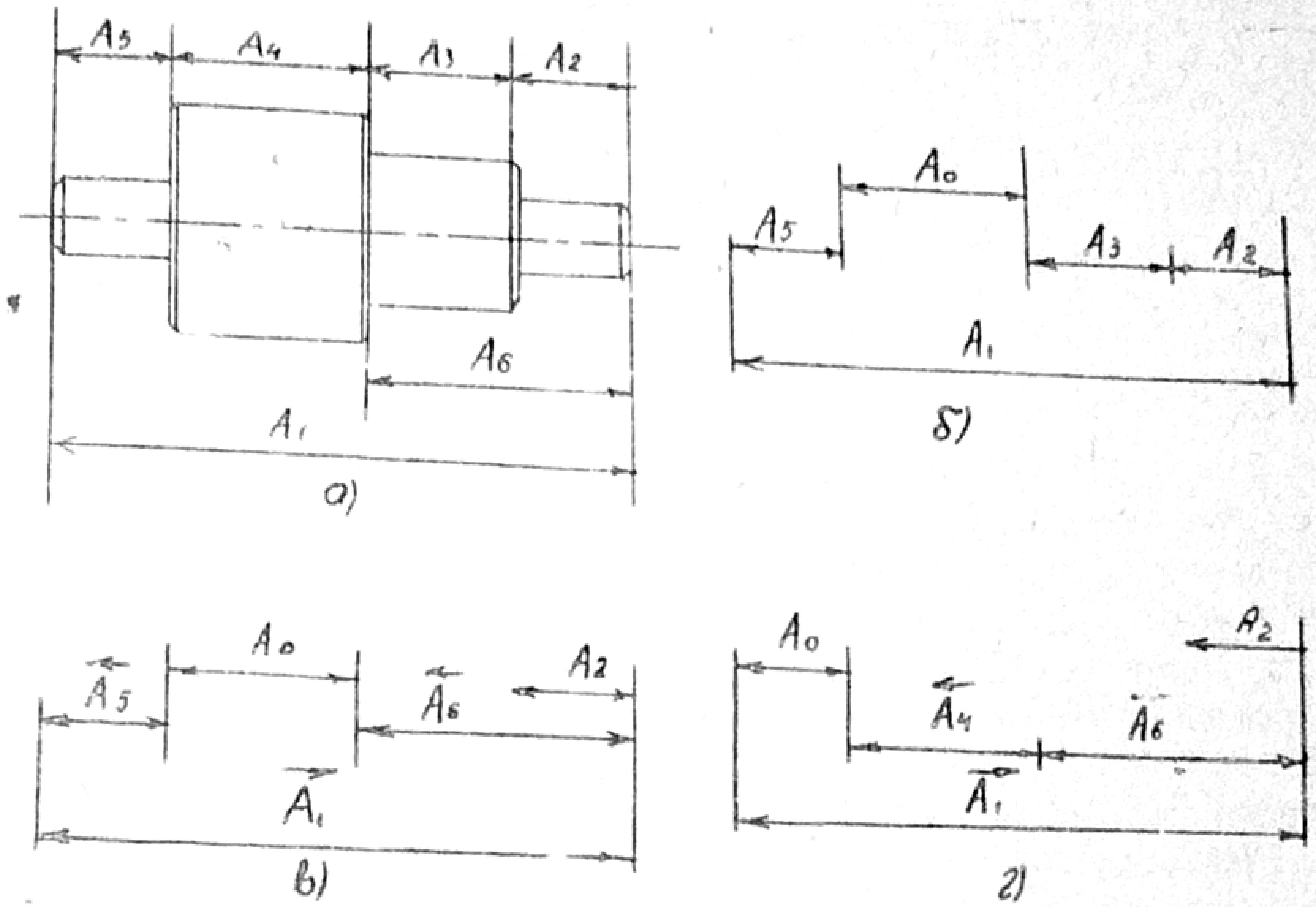


Рис. 2

Решение. Строим размерную цепь в последовательности предполагаемой обработки размеров, указанных на чертеже, например $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_5$. При этом цепь окажется разомкнутой – в ней недостает размера $A_4$, который, следовательно, будет замыкающим размером $A_0 = A_4$, потому что он получился в результате обработки как расстояние между концами размеров $A_3$ и $A_5$ (рис. 2б). Задача относится к первому типу. Проведем анализ составляющих размеров: $A_1$ – увеличивающий, так как при его увеличении $A_0$ увеличивается, $A_2$, $A_3$, $A_5$ – уменьшающие, так как при увеличении каждого из них $A_0$ уменьшается.

По формуле (3) находим номинальный размер $A_0$:

$$A_0 = A_{1ув} - A_{2ум} - A_{3ум} - A_{5ум} = 80 - 10 - 20 - 10 = 40 мм.$$

По формулам (7) и (8) находим верхнее и нижнее отклонения $A_0$:

$$E_s A_0 = E_s(A_1)_{ув} - E_i(A_2)_{ум} - E_i(A_3)_{ум} - E_i(A_5)_{ум} = 0 - 0 - 0 - 0 = 0;$$

$$E_i A_0 = E_i(A_1)_{ув} - E_s(A_2)_{ум} - E_s(A_3)_{ум} - E_s(A_5)_{ум} = -46 - 22 - 33 - 22 = -123 мкм.$$

Следовательно, размер $A_4$ не будет выполнен в соответствии с условием, так как нижнее отклонение на 23 мкм может выходить за пределы допустимого. Проверим допуск $A_0$ по формуле (12):

$$TA_0 = TA_1 + TA_2 + TA_3 + TA_5 = 46 + 22 + 33 + 22 = 123 мкм.$$

Допуск ($TA_0$ = 123 мкм) также не соответствует заданному ($TA_4$ = 100 мкм).

<u>Пример 2</u>. На чертеже (рис. 2) проставлены размеры $A_1$ = 80, $A_2$ = 10, $A_6$ = 30, $A_5$ = 10. Исходный размер $A_4$ должен быть выполнен со следующими отклонениями: $A_4 = 40_{-0,1}$. Назначить допуски и проставить отклонения на чертеже для размеров $A_1$, $A_2$, $A_6$, $A_5$.

<u>Решение</u>. Строим размерную цепь (рис. 2в), в которой замкнутая цепь образована из четырех размеров $A_1$, $A_6$, $A_5$, $A_4$ с замыкающим размером $A_0 = A_4$. Составляющие размеры: $A_1$ – увеличивающий, $A_6$, $A_5$ – уменьшающие. Размер $A_2$ в размерную цепь (замкнутый контур) не входит и, следовательно, не влияет на исходный размер $A_4$. Допуски размеров, не влияющих на функционально важные размеры, обычно устанавливают по квалитетам невысокой точности (IT11–IT12 для токарных операций). Устанавливаем размер $A_2 = 10\,H12(^{+0,15})$. Полученная размерная цепь решается по второму типу, так как известны только предельные размеры замыкающего размера и номинальные размеры составляющих звеньев. Так как размеры значительно отличаются друг от друга, следует решать способом одного квалитета.

Для расчета среднего числа единиц допуска по формуле (18) необходимо найти единицы допусков составляющих размеров:

для $A_1$ $\quad i = 0{,}45\sqrt[3]{65} + 0{,}001 \cdot 65 = 1{,}88,$

для $A_6$ $\quad i = 0{,}45\sqrt[3]{24} + 0{,}001 \cdot 24 = 1{,}31,$

для $A_5$ $\quad i = 0{,}45\sqrt[3]{8} + 0{,}001 \cdot 8 = 0{,}90.$



При выполнении домашнего задания значения единицы допуска $i$ можно определять из табл. 2 [1].

Определим среднее число единиц допуска

$$a_c = \frac{TA_0}{\sum i} = \frac{100}{1{,}88 + 1{,}31 + 0{,}90} = 2{,}44.$$

По СТ СЭВ 145-75 $a$ = 25 для IT8 (см. табл. 3), [1].

По табл. 1 [1] находим допуски размеров: $TA_1$ = 46 мкм, $TA_6$ = 33 мкм, $TA_5$ = 22 мкм.

Проведем проверку правильности выбора допусков:

$$TA_0 = \sum_{i=1}^{m-1} TA_i = TA_1 + TA_6 + TA_5 = 46 + 33 + 22 = 101 мкм.$$

Сумма допусков превышает заданную величину $TA_4$ всего на 1 мкм, что вполне допустимо.

В случае большего превышения следует изменить допуск, например, размера $A_6$ на один квалитет, т.е. выбрать его по IT7. Тогда $TA_6$ = 21 мкм и

$$\sum_{i}^{m-1} TA_i = TA_1 + TA_6 + TA_5 = 46 + 21 + 22 = 89 мкм < 100 мкм.$$

Определим отклонения составляющих размеров:

для размера $A_1$ устанавливаем допуск "в тело", т.е. $80_{-0,046}$,

для размера $A_6$ – допуск в "тело" $30^{+0,033}$, так как при обработке размера $A_6$ он увеличивается. Остаются неизвестными отклонения размера $A_5$.

Подставим известные отклонения в уравнение (7):

$$E_s A_0 = E_s(A_1)_{ув} - E_i(A_6)_{ум} - E_i(A_5)_{ум},$$

$$0 = 0 - 0 - E_i(A_5)$$, откуда получим

$$E_i(A_5) = 0$$

Решение уравнения (8) дает следующий результат:

$$E_i A_0 = E_i(A_1)_{ув} - E_s(A_6)_{ум} - E_s(A_5)_{ум}$$

$$-100 = -46 - 33 - E_s(A_5)_{ум}$$, откуда

$$E_s A_5 = +21 мкм.$$

Требуемый допуск $TA_5 = E_s A_5 - E_i A_5 = 21 - 0 = 21$ мкм, что на 1 мкм меньше стандартного по IT8, поэтому можно принять стандартный допуск.

Если известно $E_i$, можно определить $E_s$:

$$E_s A_5 = E_i A_5 + IT8(A_5) = 0 + 22 = +22 мкм.$$

Таким образом, для $A_5$ проставим на чертеже $10^{+0,022}$.

Из решения второго примера следует вывод: для обеспечения

...тка исходного размера $A_4$ по IT10 необходимо обрабатывать размеры $A_1$, $A_6$, $A_5$ по более точному квалитету IT8. Это результат непрaвильной простановки размеров на чертеже, когда исходный размер является зависимым, т.е. замыкающим размером.

Пример 3. На чертеже (рис. 2) проставлены размеры $A_1 = 80$, $A_2 = 10$, $A_6 = 30$, $A_4 = 40$. Исходный размер $A_4$ должен быть выполнен с отклонениями $A_4 = 40_{-0,1}$. Назначить допуски и определить отклонения размеров, указанных на чертеже.

Решение. Строим размерную цепь (рис. 2г), в которой замкнутая цепь образована размерами $A_1$, $A_6$, $A_4$, $A_5$ с замыкающим размером $A_0 = A_5$. Следовательно, исходный размер $A_4$ является независимым размером и на него устанавливаем отклонения в соответствии с требованием к исходному размеру, т.е. $40_{-0,1}$, что соответствует IT10. Остальные размеры, хотя и образуют размерную цепь, но не влияют на исходный размер $A_4$. В этом случае допуски на остальные размеры назначают по квалитету не точнее исходного.

Назначаем допуски на размеры $A_1$ и $A_6$ по IT10 с отклонением в "тело": $A_1 = 80_{-0,12}$, $A_6 = 30^{+0,084}$.

Независимый размер $A_2 = 10^{+0,15}$.

Следует провести проверку размеров $A_5$, чтобы убедиться, что его размеры, хотя он и не является исходным, будут изменяться в разумных пределах:

$$E_s A_0 = E_s A_5 = E_s(A_1)_{\text{ув}} - E_i(A_6)_{\text{ум}} - E_i(A_4)_{\text{ум}} = 0 - 0 - (-100) = +100 \text{ мкм};$$

$$E_i A_0 = E_i A_5 = E_i(A_1)_{\text{ув}} - E_s(A_6)_{\text{ум}} - E_s(A_4)_{\text{ум}} = -120 - 84 - 0 = -204 \text{ мкм};$$

$$TA_0 = TA_5 = 100 - (-204) = 304 \text{ мкм}.$$

Изготовление размера $A_5 = 10^{+0,1}_{-0,204}$ не вызовет осложнений в работе детали, так как это концевая цапфа.

Вывод: простановка размеров по примеру 3 экономически оптимальна, так как большинство размеров изготовляется на 2–4 квалитета грубее, чем в первом и втором примерах.

## 2. Вероятностный метод расчета

Этот метод основан на использовании законов сложения случайных величин, которые хорошо разработаны в теории вероятностей и математической статистике.



В частности, совпадение таких событий, как попадание в одно изделие наибольших предельных размеров увеличивающих звеньев и одновременно всех наименьших предельных размеров уменьшающих звеньев, маловероятно. Если, например, предположить, что вероятность появления размера, расположенного у предельного размера в зоне, равной 0,1IT, равна 0,01, то вероятность попадания на сборку двух деталей с такими размерами будет равна $1 \cdot 10^{-4}$, то есть один из десяти тысяч. Для трех деталей это будет уже один случай на миллион.

Если случайные величины независимы, то дисперсия суммы величин равна сумме дисперсий этих величин.

Для среднего квадратического отклонения замыкающего размера $\sigma_{A_0}$ справедлива следующая формула:

$$\sigma_{A_0} = \sqrt{\sum_{j=1}^{m-1} \sigma_{A_j}^2}\,, \tag{20}$$

где $\sigma_{A_j}$ – среднее квадратическое отклонение составляющего размера.

Принимая распределение размеров по нормальному закону и допуская возможность появления брака с вероятностью 0,27%, устанавливают допуск $T = 6\sigma$.

Допуск замыкающего размера с доверительной вероятностью 99,73% определяется по следующей формуле:

$$TA_0 = \sqrt{\sum_{j=1}^{m-1} TA_j^2}\,. \tag{21}$$

При решении задач первого типа вероятностным методом предельные отклонения замыкающего размера определяются только через среднее отклонение замыкающего размера (10) по формулам (13), в которых величину $TA_0$ рассчитывают по формуле (21).

Пример 4. Определить предельные отклонения замыкающего размера при условии допущения выхода за эти пределы 0,27% изделий и принимая закон нормального распределения размеров составляющих звеньев в примере 1.

Определяем средние отклонения размеров по формуле (9):

$$E_c A_1 = -23 \text{ мкм},\ E_c A_2 = +11 \text{ мкм},\ E_c A_3 = +16,5 \text{ мкм},\ E_c A_5 = +11 \text{ мкм}.$$

Среднее отклонение $A_0$ найдем по формуле (10):

$$E_c A_0 = E_c(A_1)_{\text{ув}} - E_c(A_2)_{\text{ум}} - E_c(A_3)_{\text{ум}} - E_c(A_5)_{\text{ум}} = -23 - 11 - 16,5 - 11 = -61,5 \text{ мкм}.$$

По формуле (21) находим

$$TA_0 = \sqrt{TA_1^2 + TA_2^2 + TA_3^2 + TA_5^2} = \sqrt{46^2 + 22^2 + 33^2 + 22^2} = 65 \text{ мкм}.$$

По формулам (13) находим предельные отклонения замыкающего размера:

$$E_sA_0 = E_cA_0 + \frac{TA_0}{2} = -61{,}5 + \frac{65}{2} = -29 \text{ мкм},$$

$$E_iA_0 = E_cA_0 - \frac{TA_0}{2} = -61{,}5 - \frac{65}{2} = -94 \text{ мкм}.$$

То есть практически размеры замыкающего звена будут в пределах границ $40^{-0{,}029}_{-0{,}094}$ и не выйдут за границы, заданные по условию для исходного размера $A_y = 40_{-0{,}1}$.

При решении задач второго типа так же, как и при методе максимума-минимума, применяют способ равных допусков и способ одного квалитета.

При способе равных допусков допуск составляющих звеньев находим по следующей формуле:

$$TA_j = \frac{TA_0}{\sqrt{n-1}}. \qquad (22)$$

При способе одного квалитета определяем среднее число единиц допуска:

$$a_c = \frac{TA_0}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n-1} i_j^2}}. \qquad (23)$$

Отклонения назначают таким образом, чтобы удовлетворялось уравнение (10).

### 3. Метод регулирования

Этот метод основан на применении регулятора, компенсирующего значительные отклонения замыкающего размера от заданных значений.

Компенсатором может быть специальная деталь, например набор прокладок или устройство (винт или гайка, клин и т.п.). В некоторых случаях предусматривают технологический компенсатор - избыток материала на одной из деталей, который удаляется при сборке пригонкой замыкающего размера до заданных пределов.

Номинальный размер компенсаторе $A_k$ определяется из уравнения

$$A_0 = \sum_1^n A_{j\,ув} - \sum_1^p A_{j\,ум} \pm A_k. \qquad (24)$$



Знак "+" соответствует случаю, когда компенсатор является увеличивающим звеном, знак "-" - когда компенсатор - уменьшающее звено.

Диапазон регулирования компенсатора $V_k$ определяется из уравнения

$$TA_0 = \sum_{j=1}^{m-1} TA_j - V_k. \qquad (25)$$

Расчет увеличивающего компенсатора проводится по следующим формулам:

$$E_cA_0 = \sum_1^n E_c(A_j)_{ув} - \sum_1^p E_c(A_j)_{ум} + E_cA_k. \qquad (26)$$

Предельные отклонения компенсатора от номинального значения $A_k$ определяются по уравнениям

$$E_sA_k = E_cA_k + \frac{V_k}{2}; \quad E_iA_k = E_cA_k - \frac{V_k}{2} \qquad (27)$$

или по предельным отклонениям составляющих звеньев

$$E_sA_0 = \sum_1^n E_s(A_j)_{ув} - \sum_1^p E_i(A_j)_{ум} + E_iA_k,$$
$$E_iA_0 = \sum_1^n E_i(A_j)_{ув} - \sum_1^p E_s(A_j)_{ум} + E_sA_k. \qquad (28)$$

Предельные размеры компенсатора могут быть определены по следующим формулам:

$$A_{k\,min} = A_k + E_iA_k$$
$$A_{k\,max} = A_k + E_sA_k \qquad (29)$$

или только для увеличивающего компенсатора - из уравнений

$$A_{0\,max} = \sum_1^n (A_{j\,max})_{ув} - \sum_1^p (A_{j\,min})_{ум} + A_{k\,min},$$
$$A_{0\,min} = \sum_1^n (A_{j\,min})_{ув} - \sum_1^p (A_{j\,max})_{ум} + A_{k\,max}. \qquad (30)$$

Расчет уменьшающего компенсатора проводится по формулам

$$E_cA_0 = \sum_1^n E_c(A_j)_{ув} - \sum_1^p E_c(A_j)_{ум} - E_cA_k. \qquad (31)$$

Предельные отклонения компенсатора определяются по (27), или по предельным отклонениям составляющих звеньев:

$$E_sA_0 = \sum_1^n E_s(A_j)_{ув} - \sum_1^p E_i(A_j)_{ум} - E_sA_k,$$
$$E_iA_0 = \sum_1^n E_i(A_j)_{ув} - \sum_1^p E_s(A_j)_{ум} - E_iA_k. \qquad (32)$$

Предельные размеры уменьшающего компенсатора можно определить по формулам (29) или из следующих уравнений:

$$A_{0\,max} = \sum_1^n (A_{j\,max})_{ув} - \sum_1^p (A_{j\,min})_{ум} - A_{k\,max},$$

Пример 5. На рис. 4 приведена электрическая схема, состоящая из резисторов с сопротивлениями $r_1$, $r_2$, $r_3$ и регулировочного сопротивления $r_x$. Необходимо, чтобы общее сопротивление цепи было в пределах $10 \pm 0{,}5$, при условии, что $r_1 = 5 \pm 0{,}5$, $r_2 = 3 \pm 0{,}3$, $r_3 = 7 \pm 0{,}7$.

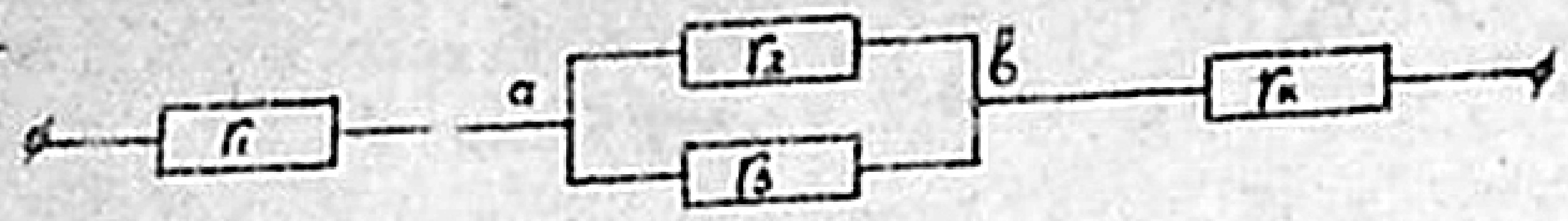


Рис. 4

Размерность сопротивлений может быть любой ( $\Omega$, $k\Omega$ и т.п.), и ее в данном расчете мы указывать не будем.

Решение. Так как отклонения всех параметров симметричны, то номинальное значение замыкающего размера будет его средним значением. Если же в других задачах будут размеры с другими отклонениями, их следует решать только через средние размеры.

Рассмотрим функцию

$$R = r_1 + r_{aб} + r_к,$$

где $r_{aб}$ – сопротивление параллельно включенных резисторов.

Все звенья цепи увеличивающие.

Определим $r_{aб}$: $\frac{1}{r_{aб}} = \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}$; $r_{aб} = \frac{r_2 \cdot r_3}{r_2 + r_3} = \frac{3 \cdot 7}{3+7} = 2{,}1.$

Определим отклонения $\Delta r_{aб}$ по (2):

$$\Delta r_{aб} = \frac{\partial r_{aб}}{\partial r_2} \cdot \Delta r_2 + \frac{\partial r_{aб}}{\partial r_3} \cdot \Delta r_3 ,$$

где $\frac{\partial r_{aб}}{\partial r_2} = \frac{(r_2 + r_3) r_3 - r_2 r_3}{(r_2 + r_3)^2} = \frac{r_3^2}{(r_2 + r_3)^2}$; $\frac{\partial r_{aб}}{\partial r_3} = \frac{r_2^2}{(r_2 + r_3)^2}$,

откуда

$$\Delta r_{aб} = \frac{r_2^2 \Delta r_3 + r_3^2 \Delta r_2}{(r_3 + r_2)^2}. \qquad (34)$$

Выражение (34) может быть приведено к следующему виду:

$$\Delta r_{aб} = r_{aб}^2 \left( \frac{\Delta r_2}{r_2^2} + \frac{\Delta r_3}{r_3^2} \right). \qquad (35)$$

Количество членов в скобках формулы (35) будет зависеть от числа сопротивлений, включенных параллельно.

Находим для нашего примера

$\Delta r_{aб} = (2{,}1)^2 \cdot \left( \frac{0{,}3}{3^2} + \frac{0{,}7}{7^2} \right) = 0{,}21$, откуда $r_{aб} = 2{,}1 \pm 0{,}21$.

Определим $r_К$ из уравнения $r_К = R - r_1 - r_{aб}$.



Следовательно, $r_К = 2{,}9 \pm 0{,}21$.

Проверка:

$$R_{max} = r_{1max} + r_{aбmax} + r_{кmin} = 5{,}5 + 2{,}31 - 2{,}69 = 10{,}5,$$

$$R_{min} = r_{1min} + r_{aбmin} + r_{кmax} = 4{,}5 + 1{,}89 + 3{,}11 = 9{,}5.$$

Общее сопротивление цепи будет в заданных пределах.

Аналогично решаются цепи с емкостями конденсаторов.

## ЛИТЕРАТУРА


Зябрева Н.Н., Лобанова Л.А., Плуталов В.Н. Методические указания к расчетно-графическим работам по курсу "Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения". – М.: МВТУ, 1983, часть I.

$$A_{0\,min} = \sum_{1}^{m}(A_{j\,min})_{ув} - \sum_{1}^{n}(A_{j\,max})_{ум} - A_{к\,min} \qquad (30)$$

<u>Пример 5</u>. На рис. 3 изображена часть редуктора, детали которого образуют размерную цепь из осевых размеров. Для нормального функционирования редуктора необходим осевой зазор в пределах I–I,5 мм. Оптимальная точность осевых размеров по I0-му квалитету. Заданы номинальные размеры, составляющие размерную цепь: $A_1$ = 335 мм, $A_2$ = 50 мм, $A_3$ = 75 мм, $A_4$ = 60 мм, $A_5$ = = I00 мм, $A_6$ = 50 мм, $A_0$ = I мм. Для регулирования осевого зазора предусмотрен компенсатор $A_к$ в виде прокладок. Рассчитать предельные значения компенсатора, а также толщину и максимальное количество прокладок, необходимое для одного изделия.

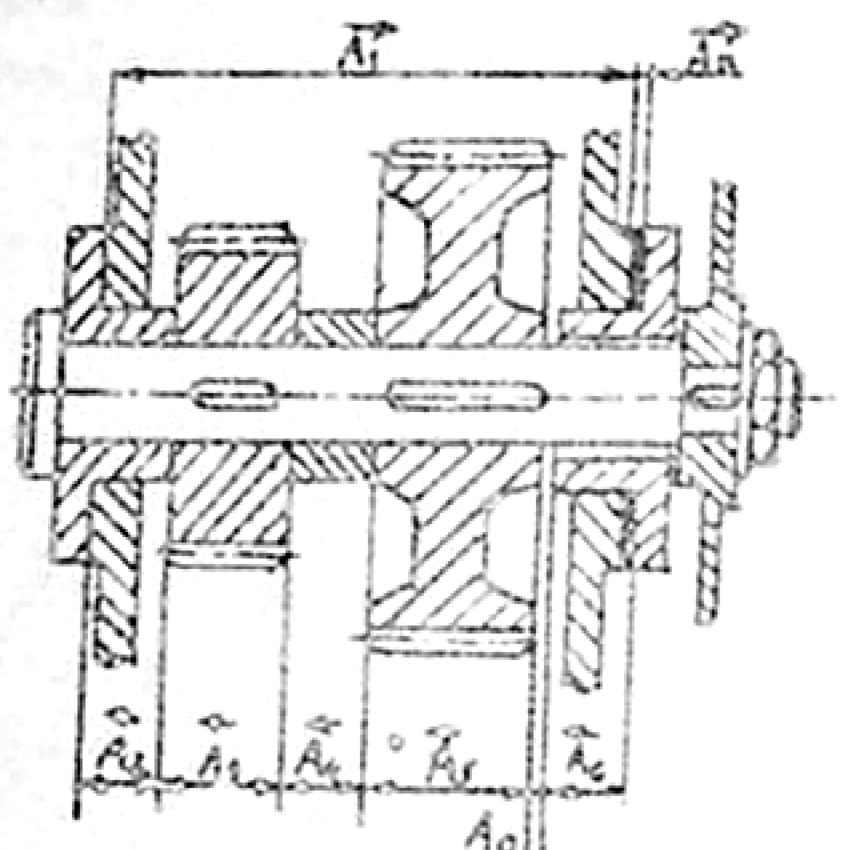

Рис. 3

<u>Решение</u>. Замыкающий размер может быть расположен в любом месте между деталями 2, 3, 4, 5, 6. На рис. 3 он изображен между размерами $A_5$ и $A_6$. Анализ составляющих размеров показывает, что $A_1$ – увеличивающий размер, $A_2$, $A_3$, $A_4$, $A_5$ и $A_6$ – уменьшающие, компенсатор $A_к$ – увеличивающий.

Находим допуски размеров (в микрометрах) по IT10: $TA_1$ = 230, $TA_2$ = I00, $TA_3$ = I20, $TA_4$ = I20, $TA_5$ = I40, $TA_6$ = I00. Располагая отклонения в "тело", назначим: $A_1 = 335_{-0,23}$, $A_3 = 75_{-0,12}$, $A_4 = 60_{-0,12}$, $A_5 = 100_{-0,14}$, $A_2 = 50^{+0,1}$ и $A_6 = 50^{+0,1}$. По условию $TA_0$ = 500 мкм, так как $A_0 = 1^{+0,5}$.

Номинальный размер A по (24):

$$A_0 = A_1 - (A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6) + A_к;$$

$$1 = 335 - (50 + 75 + 60 + 100 + 50) + A_к, \quad A_к = 1 \text{ мм}.$$

Диапазон регулирования компенсатора $V_к$ из (25):

$$V_к = TA_1 + TA_2 + TA_3 + TA_4 + TA_5 + TA_6 - TA_0 =$$
$$= 230 + 100 + 120 + 120 + 140 + 100 - 500 = 310 \text{ мкм}.$$

Определим среднее отклонение компенсатора из (26):

$$E_cA_0 = E_cA_1 - (E_cA_2 + E_cA_3 + E_cA_4 + E_cA_5 + E_cA_6) + E_cA_к;$$



$$+250 = -115 - (+50 - 60 - 60 - 70 + 50) + E_cA_к;$$

$$E_cA_к = +275 \text{ мкм}.$$

Верхнее и нижнее отклонения компенсаторов по (27):

$$E_sA_к = +275 + \frac{310}{2} = +430 \text{ мкм};$$

$$E_iA_к = +275 - \frac{310}{2} = +120 \text{ мкм}.$$

Проверяем по (28):

$$500 = 0 - (0 - 120 - 120 - 140 - 0) + 120 = 500.$$

Отклонения $A_к$ найдены правильно.

Находим $A_{к\,min}$ = I,I2 мм; $A_{к\,max}$ = I,43 мм.

Рассчитаем необходимое количество прокладок.

Принимаем размер постоянной прокладки $A_{к\,min}$ = I мм – из ряда нормальных диаметров и длин $Ra5$.

Вследствие такого округления диапазон регулирования сменными прокладками увеличится:

$$V'_к = A_{к\,max} - A_{к\,min} = 1{,}43 - 1 = 0{,}43 \text{ мм}.$$

Количество сменных прокладок

$$n = \frac{V_к}{TA_0} + 1 = \frac{430}{500} + = 2 \text{ шт}.$$

Толщина сменной прокладки

$$S = \frac{V_к}{n} = \frac{430}{2} = 215 \text{ мкм}$$

Округляем $S$ до стандартных значений толщин листового материала, чтобы соблюдалось условие $S_{ст} \leq TA_0$.

Принимаем по $Ra5$ $S_{ст} = 250$ мкм.

Рассчитаем размеры комплектов прокладок:

$$S_1 = A_{к\,min} = 1 \text{ мм};$$

$$S_2 = A_{к\,min} + S_{ст} = 1 + 0{,}25 = 1{,}25 \text{ мм};$$

$$S_3 = A_{к\,min} + 2 \cdot S_{ст} = 1 + 2 \cdot 0{,}25 = 1{,}5 \text{ мм}.$$

Размеры $S_2$ и $S_3$ в некоторых случаях могут быть изготовлены в виде одной прокладки.

## 4. <u>Расчет параметрических цепей</u>

Расчет параметрических цепей производится по общей формуле (2), устанавливающей связь между отклонениями размеров параметров. Методику расчета рассмотрим на примере.