

ЗАДАНИЕ на лабораторные работы №1

Тема: Построение и программная реализация алгоритма полиномиальной интерполяции табличных функций.

Цель работы. Получение навыков построения алгоритма интерполяции таблично заданных функций полиномами Ньютона и Эрмита.

Входные данные

1. Таблица функции и её производных

x	y	y'
0.00	1.000000	--1.000000
0.15	0.838771	-1.14944
0.30	0.655336	-1.29552
0.45	0.450447	-1.43497
0.60	0.225336	-1.56464
0.75	-0.018310	-1.68164
0.90	-0.278390	-1.78333
1.05	-0.552430	-1.86742

2. Степень n аппроксимирующих полиномов Ньютона и Эрмита.

3. Значение аргумента x , для которого выполняется интерполяция.

Выходные данные

Значения $y(x)$ для заданного значения аргумента.

Применить разработанную программу для решения следующих задач

1. Получить таблицу значений $y(x)$ при степенях полиномов Ньютона и Эрмита $n= 1, 2, 3, 4$ и 5 при фиксированном x , например, $x=0.675$ (середина интервала $0.6 - 0.75$). Сравнить результаты при одинаковых степенях полиномов Ньютона и Эрмита.

2. Найти корень заданной выше табличной функции с помощью обратной интерполяции обоими полиномами.

3. Решить систему нелинейных уравнений, основываясь на простой идее обратной интерполяции.

$$\begin{cases} f(x, y) = e^{0.5x} - \sqrt{\dots} = 0, & (1) \\ \varphi(x, y) = x^2 - \sqrt{\frac{y + \dots}{2}} = 0. & (2) \end{cases}$$

Для реализации указанной идеи необходимо иметь явные зависимости одной переменной от другой. Из неявных функций системы (1), (2) численно получены в табличной форме явные зависимости $x(y)$ и $y(x)$ для области определения переменных, в которой существует единственное решение системы уравнений (таблицы 1,2):

Таблица 1 (из (1))

y	x
0.005	0.137
0.035	0.343
0.055	0.421
0.065	0.454
0.135	0.626
0.155	0.664
0.195	0.731
0.275	0.843
0.315	0.891
0.405	0.985

Таблица 2 (из (2))

x	y
0.1	-0.284
0.3	-0.300
0.4	-0.293
0.48	-0.266
0.6	-0.165
0.68	-0.037
0.75	0.128
0.88	0.610
0.95	0.988
1.03	1.547

Используя таблицы 1 и 2 найдите корни системы.

Указание. С помощью интерполяции перестроить приведенные табличные представления функций к новой таблице, в которой содержится зависимость разности функций $y(x)$ из (1) и (2) от фиксированного набора значений аргумента x , например, такого, как во второй таблице, или любого другого из рассматриваемого интервала. Затем применить процедуру обратной интерполяции.

Примерные вопросы при защите лабораторной работы.

При удаленной работе ответы на вопросы дать письменно в Отчете о лабораторной работе.

1. Будет ли работать программа при степени полинома Ньютона $n=0$?

2. Как практически оценить погрешность интерполяции? Почему сложно применить для этих целей теоретическую оценку?
3. Если в одной точке заданы значения функции и ее первой, второй и третьей производных, а в другой точке заданы значения функции и ее первой производной, то какова будет степень полинома Эрмита, построенного на этих двух точках?
4. Если в одной точке заданы функция и все ее производные, то, что собой представляет полином Эрмита, построенный в этой точке?
5. В каком месте алгоритма построения полинома существенна информация об упорядоченности аргумента функции (возрастает, убывает)?
6. Что такое выравнивающие переменные и как их применить для повышения точности интерполяции?
7. Будет ли работать ваша программа при произвольном неупорядоченном расположении узлов в исходной таблице?
8. Принципиально ли для корректной работы вашего алгоритма, чтобы узлы были расположены обязательно по возрастанию?
9. Что будет происходить с точностью интерполяции по мере продвижения от центра к краям таблицы?
10. Всегда ли можно использовать для обратной интерполяции полином Эрмита?
11. Предложите алгоритм получения явной зависимости $y(x)$ из неявной функции $f(x,y)=0$.

Методика оценки работы.

Модуль 1, срок - 6-я неделя.

1. Задание полностью выполнено - 9 баллов (минимум).
2. В дополнение к п.1 даны исчерпывающие ответы на вопросы при защите работы – до 15 баллов (максимум).